

Examples in LLM SFT for MATH problems

Jclian91

2024 年 5 月 23 日

1. 小明有 98 元，他要买一本书和一支笔，已知书的价格是 25 元，笔的价格比书的价格多 15 元，请问小明还剩余多少元钱？

数学题目

小明有98元，他要买一本书和一支笔，已知书的价格是25元，笔的价格比书的价格多15元，请问小明还剩余多少元钱？

Clear Submit

首先给出思考过程：为了解小明购买书和笔后剩余的钱数，我们需要先计算笔的价格，然后将书和笔的总价格从小明的初始金额中减去。生成的Python代码如下：

1. 计算笔的价格： $\text{笔的价格} = \text{书的价格} + 15$ 2. 计算小明的总支出： $\text{总支出} = \text{书的价格} + \text{笔的价格}$ 3. 计算小明的剩余金额： $\text{剩余金额} = \text{初始金额} - \text{总支出}$ 我们可以使用Python代码来实现这一计算过程：生成的Python代码如下：

```
def remaining_money(initial_amount, book_price, pen_addition):  
    pen_price = book_price + pen_addition  
    total_cost = book_price + pen_price  
    remaining = initial_amount - total_cost  
    return remaining  
  
# 小明的初始金额  
initial_amount = 98  
# 书的价格  
book_price = 25  
# 笔的价格比书的价格多15元  
pen_addition = 15  
  
# 计算剩余金额  
remaining = remaining_money(initial_amount, book_price, pen_addition)  
print('小明购买书和笔后剩余的钱数是:', remaining)
```

运行以上代码，输出会是：小明购买书和笔后剩余的钱数是：33 因此，小明购买书和笔后剩余的钱数是33元。

2. 抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 的顶点坐标为多少？

数学题目

抛物线 $y=x^2-4x+3$ 的顶点坐标为多少?

Clear

Submit

首先给出思考过程：在解析几何中，抛物线的一般形式是 $y=ax^2+bx+c$ ，其中 a 、 b 、 c 是常数。要求解抛物线的顶点坐标，可以使用顶点公式：顶点的横坐标 x_0 是 $-b/2a$ ，纵坐标 y_0 是 $f(x_0)$ 。在这个例子中，抛物线的方程是 $y=x^2-4x+3$ 。生成的Python代码如下：首先，我们需要找到方程的 a 、 b 和 c 的值：1. $a=1$ 2. $b=-4$ 3. $c=3$ 接下来，使用顶点公式计算顶点的横坐标 x_0 和纵坐标 y_0 。生成的Python代码如下：

```
def parabola_vertex(a, b, c):  
    x0 = -b / (2 * a)  
    y0 = a * x0**2 + b * x0 + c  
    return (x0, y0)
```

抛物线方程的系数

a = 1

b = -4

c = 3

计算顶点坐标

vertex = parabola_vertex(a, b, c)

print('抛物线的顶点坐标是:', vertex)

运行以上代码，输出会是：抛物线的顶点坐标是：(2.0, -1.0) 因此，抛物线 $y=x^2-4x+3$ 的顶点坐标是(2, -1)。

3. 计算 123456789 与 987654321 的乘积

数学题目

计算123456789与987654321的乘积

Clear

Submit

首先给出思考过程：在解决这个问题时，我们可以直接使用Python的内置乘法运算符来计算这两个数的乘积。Python中的乘法运算符是星号(*)。生成的Python代码如下：

```
num1 = 123456789  
num2 = 987654321  
product = num1 * num2  
print(product)
```

运行以上代码，输出会是：121932631112635269 因此，123456789与987654321的乘积是121932631112635269。

4. 若 $(ax - b)(3x + 4) = bx^2 + cx + 72$, 则 $a + b + c$ 的值为多少?

数学题目

若 $(ax-b)(3x+4)=bx^2+cx+72$, 则 $a+b+c$ 的值为多少?

Clear

Submit

首先给出思考过程：这是一个求解代数方程的问题。我们可以通过将方程的左边展开，并与右边的等式进行比较，从而解出a、b和c的值。生成的Python代码如下：我们有方程： $[(ax-b)(3x+4) = bx^2 + cx + 72]$ 先展开左边的式子： $[3ax^2 + (4a-3b)x - 4b = bx^2 + cx + 72]$ 然后比较两边的系数： $[3a = b]$ $[4a-3b = c]$ $[-4b = 72]$ 解这个方程组可以得到a、b和c的值。生成的Python代码如下：

```
from sympy import symbols, Eq, solve

a, b, c, x = symbols('a b c x')

# 方程组
eq1 = Eq(3*a*x**2 + (4*a - 3*b)*x - 4*b, b*x**2 + c*x + 72)
eq2 = Eq(3*a, b)
eq3 = Eq(4*a - 3*b, c)
eq4 = Eq(-4*b, 72)

# 解方程组
solution = solve((eq1, eq2, eq3, eq4), (a, b, c))
a_val, b_val, c_val = solution[a], solution[b], solution[c]

# 计算a+b+c
result = a_val + b_val + c_val
print('a+b+c的值为:', result)
```

运行以上代码，输出会是：`a+b+c的值为: 6` 因此，当方程的左边展开并比较系数时，我们得到 $a=2$, $b=6$, $c=12$ 。所以 $a+b+c$ 的值为6。

5. $123456789 + 987654321 = ?$

数学题目

123456789 + 987654321 = ?

Clear Submit

首先给出思考过程：这道题目是一个简单的两位数加法问题。小学生通常在小学数学课程中学习这种基本的加法运算。生成的Python代码如下：我们可以直接将两个数字相加得到结果。对于这个问题，我们可以手动计算，也可以使用计算器。这里我们使用Python代码来实现这一计算过程：生成的Python代码如下：

```
def add_numbers(a, b):  
    return a + b  
  
# 定义要相加的数字  
num1 = 123456789  
num2 = 987654321  
  
# 计算结果  
result = add_numbers(num1, num2)  
print('123456789 + 987654321 =', result)
```

运行以上代码，输出会是： 123456789 + 987654321 = 1111111110 因此，123456789 + 987654321 = 1111111110。

6. 已知 $\triangle ABC$ 为正三角形，则 $\tan(A + \frac{\pi}{4})$ 的值等于多少？

数学题目

已知 $\triangle ABC$ 为正三角形，则 $\tan(A+\frac{\pi}{4})$ 的值等于多少？

Clear

Submit

首先给出思考过程：对于一个正三角形，其每个内角的度数为60度。我们需要计算 $\tan(A+\frac{\pi}{4})$ 的值，其中A是三角形的一个内角。我们可以使用三角函数的基本关系式来计算这个值。生成的Python代码如下：由于 $\tan(x+y) = \frac{\tan(x) + \tan(y)}{1 - \tan(x)\tan(y)}$ ，我们可以将 $\tan(A+\frac{\pi}{4})$ 表示为： $\tan(A+\frac{\pi}{4}) = \frac{\tan(A) + \tan(\frac{\pi}{4})}{1 - \tan(A)\tan(\frac{\pi}{4})}$ 其中， $\tan(\frac{\pi}{4}) = 1$ 。由于A是60度， $\tan(A) = \tan(60^\circ) = \sqrt{3}$ 。将这些值代入公式，我们可以计算出 $\tan(A+\frac{\pi}{4})$ 的值。生成的Python代码如下：

```
import math

def tangent_sum(angle):
    tan_a = math.sqrt(3)
    return (tan_a + 1) / (1 - tan_a)

# 计算tan(A + pi/4)
angle = 60
result = tangent_sum(angle)
print('tan(A + pi/4)的值是:', result)
```

运行以上代码，输出会是：`tan(A + pi/4)的值是: -3.7320508075688776` 因此，对于一个正三角形， $\tan(A+\frac{\pi}{4})$ 的值约为-3.732。

7. 各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，已知 $S_3 = 10$ ， $S_6 = 30$ ，则 S_{12} 等于多少？

数学题目

各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，已知 $S_3=10$ ， $S_6=30$ ，则 S_{12} 等于多少？

Clear

Submit

首先给出思考过程：这是一个关于等比数列求和的问题。等比数列的前 n 项和公式为： $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ ，其中 a_1 是首项， q 是公比。已知 $S_3=10$ ， $S_6=30$ ，我们可以使用递推关系来计算公比 q 。生成的Python代码如下：首先，我们可以利用已知的 S_3 和 S_6 来解出公比 q 。由等比数列的性质， $S_6 = S_3 + S_3q^3$ ，因此 $q^3 = \frac{S_6 - S_3}{S_3} = \frac{30 - 10}{10} = 2$ 。接下来，我们可以使用这个公比来计算 S_{12} 。生成的Python代码如下：

```
def sum_of_series(a1, q, n):  
    return a1 * (1 - q**n) / (1 - q)  
  
# 已知S3和S6  
S3 = 10  
S6 = 30  
  
# 解出公比q  
q = 2**(1/3)  
  
# 解出首项a1  
a1 = S3 * (1 - q) / (1 - q**3)  
  
# 计算S12  
S12 = sum_of_series(a1, q, 12)  
print('S12 =', S12)
```

运行以上代码，输出会是：`S12 = 150.00000000000003` 因此，等比数列 $\{a_n\}$ 的前12项和 S_{12} 约为150.00000000000003。

8. 复数 $3 + 4i$ 的模是多少？

数学题目

复数 $3+4i$ 的模是多少?

Clear

Submit

首先给出思考过程：在复数域中，复数的模是指复数到原点的距离。对于一个复数 ($z = a + bi$)，其模可以通过以下公式计算： $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ 。在这个例子中，复数是 $(3+4i)$ 。生成的Python代码如下：

```
import math

def modulus(z):
    real_part = z.real
    imag_part = z.imag
    return math.sqrt(real_part**2 + imag_part**2)

# 复数 3+4i
z = complex(3, 4)

mod = modulus(z)
print('复数 3+4i 的模是:', mod)
```

运行以上代码，输出会是：复数 3+4i 的模是：5.0 因此，复数 $3+4i$ 的模是 5.0。

9. $(1 + 2x)^6$ 的展开式中 x^3 项的系数为多少?

数学题目

$(1+2x)^6$ 的展开式中 x^3 项的系数为多少?

Clear

Submit

首先给出思考过程：要解决这个问题，我们需要使用二项式定理，计算系数。二项式定理给出一个形式为 $(a+b)^n$ 的多项式的展开式，其中 a 和 b 是任意实数， n 是非负整数。对于 $(a+b)^n$ ，当 $n=6$ 时，我们希望找到 x^3 项的系数。生成的Python代码如下：我们可以使用组合数学的公式来计算这个系数。首先，我们知道 $(a+b)^6$ 的展开式中 x^3 项的系数是 $\binom{6}{3} a^3 b^3$ 。在这个问题中， $a=1, b=2x$ 。所以，系数是 $\binom{6}{3} (1)^3 (2x)^3$ 。生成的Python代码如下：

```
import math

def coefficient_of_x3():
    coefficient = math.comb(6, 3) * (1)**3 * (2)**3
    return coefficient

# 计算系数
coefficient = coefficient_of_x3()
print('x^3 项的系数是:', coefficient)
```

运行以上代码，输出会是：`x^3 项的系数是: 160` 因此， $(1+2x)^6$ 的展开式中 x^3 项的系数是 160。

10. 学校图书馆有故事书、科技书和连环画共 1200 本，其中故事书占 60%，科技书和连环画的数量比是 2:3，图书馆有多少本连环画？

数学题目

学校图书馆有故事书、科技书和连环画共1200本，其中故事书占60%，科技书和连环画的数量比是2:3，图书馆有多少本连环画？

Clear

Submit

首先给出思考过程：为了计算连环画的数量，我们需要先确定故事书和科技书的数量。已知故事书占总数的60%，因此我们可以用总数乘以60%来得到故事书的数量。接下来，我们已知科技书和连环画的数量比是2:3，因此我们可以将剩下的40%分成5份，其中2份是科技书，3份是连环画。生成的Python代码如下：具体计算步骤如下：1. 计算故事书的数量：[故事书数量 = $1200 \times 60\% = 720$] 2. 计算科技书和连环画的总数：[科技书和连环画的总数 = $1200 - 720 = 480$] 3. 将480分成5份，其中2份是科技书，3份是连环画：[连环画数量 = $480 \times \frac{3}{5} = 288$] 下面我们使用Python代码来实现这一计算过程：生成的Python代码如下：

```
def calculate_comics(total_books, story_ratio):
    story_books = total_books * story_ratio
    remaining_books = total_books - story_books
    comics_ratio = 3 / 5
    comics = remaining_books * comics_ratio
    return comics

# 总书数和故事书比例
total_books = 1200
story_ratio = 0.6

# 计算连环画数量
comics = calculate_comics(total_books, story_ratio)
print('图书馆的连环画数量是:', comics)
```

运行以上代码，输出会是：图书馆的连环画数量是：288.0 因此，学校图书馆有288本连环画。

11. 某天，小明去菜市场买了 5 个苹果和 3 个梨，花了 20 元。第二天，他又去同一个菜市场买了 3 个苹果和 4 个梨，花了 15 元。问：小明每个苹果和每个梨的价格是多少元？

数学题目

某天，小明去菜市场买了5个苹果和3个梨，花了20元。第二天，他又去同一个菜市场买了3个苹果和4个梨，花了15元。问：小明每个苹果和每个梨的价格是多少元？

Clear

Submit

首先给出思考过程：这是一道涉及代数方程的问题。我们可以设苹果的价格为x元，梨的价格为y元。然后根据题目的条件，我们可以通过构建两个方程来求解x和y。生成的Python代码如下：方程1: $5x + 3y = 20$ 方程2: $3x + 4y = 15$ 我们可以使用Python来解决这个方程组。我们可以使用numpy库中的linalg.solve函数来解决方程组。下面是实现的Python代码：生成的Python代码如下：

```
import numpy as np

# 构建方程组的系数矩阵和常数向量
A = np.array([[5, 3], [3, 4]])
b = np.array([20, 15])

# 解方程组
solution = np.linalg.solve(A, b)
print('每个苹果的价格是:', solution[0], '元')
print('每个梨的价格是:', solution[1], '元')
```

运行以上代码，输出会是：每个苹果的价格是：3.181818181818182 元 每个梨的价格是：1.3636363636363636 元 因此，小明每个苹果的价格是3.18元，每个梨的价格是1.36元。

12. Suppose you have a system of linear equations:

$$2x + 3y + z = 7$$

$$x + 2y + 4z = 12$$

$$3x + y + 2z = 8$$

Using matrix methods, find the values of x, y, and z that satisfy the system of equations.

数学题目

Suppose you have a system of linear equations: $2x + 3y + z = 7$, $x + 2y + 4z = 12$, $3x + y + 2z = 8$. Using matrix methods, find the values of x , y , and z that satisfy the system of equations.

Clear

Submit

首先给出思考过程：这是一道求解线性方程组的问题。我们可以使用高斯-约旦消元法或矩阵方法来求解。在这里，我们将使用矩阵方法。生成的Python代码如下：首先，我们将方程组写成矩阵形式：
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 12 \\ 8 \end{bmatrix}$$
让我们使用Python代码来求解这个方程组：生成的Python代码如下：

```
import numpy as np

# 定义系数矩阵和常数向量
A = np.array([[2, 3, 1], [1, 2, 4], [3, 1, 2]])
b = np.array([7, 12, 8])

# 使用numpy.linalg.solve函数求解
x, y, z = np.linalg.solve(A, b)
print('x:', x, 'y:', y, 'z:', z)
```

运行以上代码，输出会是：x: 0.8000000000000002 y: 1.04 z: 2.28 因此，当使用矩阵方法求解这个线性方程组时，得到的解是： $[x \approx 0.80, y \approx 1.04, z \approx 2.28]$

13. $\int_0^{\pi^2} \cos(\sqrt{x}) dx$

数学题目

$\int_0^{\pi^2} \cos(\sqrt{x}) dx$

Clear

Submit

这是一个定积分问题，要求我们计算函数 $\cos(\sqrt{x})$ 在区间 $[0, \pi^2]$ 上的积分。首先，我们直接给出思考过程：定积分的计算通常使用基本积分规则和一些特殊函数的积分公式。在这个问题中，我们使用积分基本公式和一些三角函数的积分公式。生成的Python代码如下：

```
import sympy as sp

x = sp.Symbol('x')
f = sp.cos(sp.sqrt(x))

def integral(cos_sqrt_x):
    return sp.integrate(cos_sqrt_x, (x, 0, sp.pi**2))

result = integral(f)
print('定积分的值为:', result)
```

运行以上代码，输出会是：定积分的值为：-4 因此， $\int_0^{\pi^2} \cos(\sqrt{x}) dx$ 的结果是-4。